

Pour se préparer à l'EXAMEN

Sujet d'examen **2**

Brevet de technicien supérieur • Groupement E
Métropole mai 2016 – Exercice 1

ÉNONCÉ

Un designer a conçu un petit flacon de cosmétiques.

Partie A. Étude d'une face

On considère, sur la figure ci-contre, une pyramide régulière de sommet S et de base carrée MNPQ de côté a .

La hauteur de cette pyramide est $\frac{a}{2}$, H étant le centre du carré MNPQ

et donc le projeté orthogonal de S sur MNPQ.

On note I le milieu du segment [MN].

- Justifier que la mesure de l'angle \widehat{SIH} est 45° .
 - Calculer, en fonction de a , la hauteur SI du triangle SMN.
 - En déduire la longueur SN.
 - Montrer que le volume V de la pyramide SMNPQ est

$$V = \frac{a^3}{6}.$$

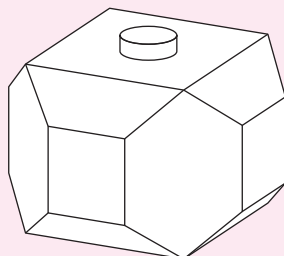
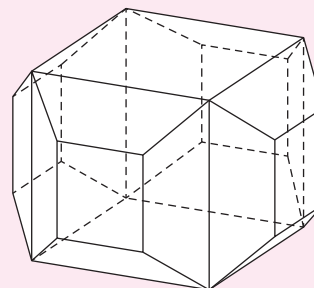
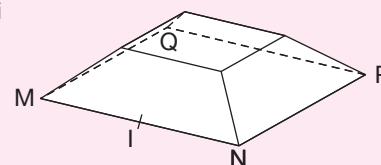
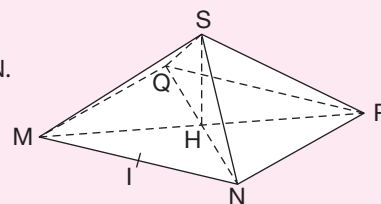
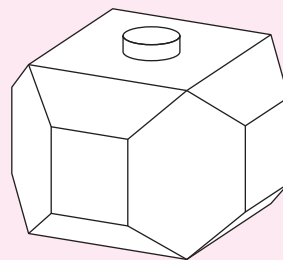
- On tronque cette pyramide à mi-hauteur. On obtient ainsi la pyramide tronquée ci-contre.

- Quel est, en fonction de a , le volume de la pyramide que l'on retire ?
- En déduire le volume de la pyramide tronquée.

Partie B. Étude du volume complet

Pour obtenir le solide représenté ci-contre, on considère l'assemblage d'un cube avec sur chacune de ses quatre faces latérales, la pyramide tronquée, étudiée précédemment.

- Montrer que le volume obtenu vaut $\frac{19}{12}a^3$.
- On finit la construction du volume par l'ajout d'un cylindre dont le diamètre vaut le tiers de l'arête du cube et sa hauteur la moitié de la hauteur de la pyramide tronquée. Que vaut le volume du flacon ?

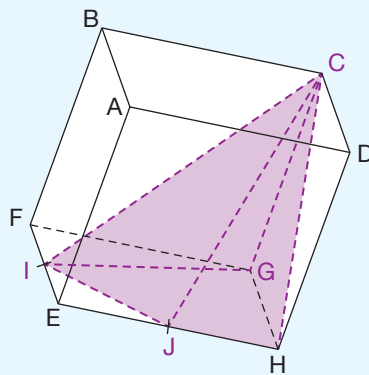


S'entraîner pour le CCF ②

Pour construire le prototype d'un support de table basse, un designer décide de partir d'un cube de mousse obtenu en assemblant six plaques de 10 cm d'épaisseur ensemble. On dispose alors au démarrage d'un cube ABCDEFGH plein, dessiné ci-contre, dont l'arête mesure 60 cm.

Soit I le milieu du segment [EF] et J le point du segment [EH] tel que $EJ = 20$ cm.

On considère la pyramide CIJHG.



- Représenter, à l'échelle 1:10 (un dixième), la face EFGH en faisant apparaître le quadrilatère GJIH.
 - Calculer l'aire des triangles EIJ, FIG.
 - En déduire l'aire du quadrilatère GJIH.
 - En déduire le volume de la pyramide CGIJH.
- Calculer la longueur des arêtes :
 - [CH]
 - [CI] et [CJ]
- On construit K tel que $CG' = \frac{1}{3}CG$. On coupe la pyramide par un plan parallèle à GJIH et passant par G'. On appelle I', J' et H' les points d'intersection du plan avec les arêtes [CI], [CJ] et [CH].
 - En déduire les longueurs des arêtes [CI'], [CJ'] et [CH']
 - En déduire l'aire du quadrilatère G'I'J'H'
 - En déduire le volume de la pyramide CG'I'J'H'
- Le support de la table basse est la pyramide tronquée GHJIG'H'J'I'. Quel est le volume de ce support ?
- Pour construire son projet de table basse, le designer construira un support en sapin. En considérant la masse volumique du sapin de 450 kg/m^3 , quelle sera la masse de son support ?