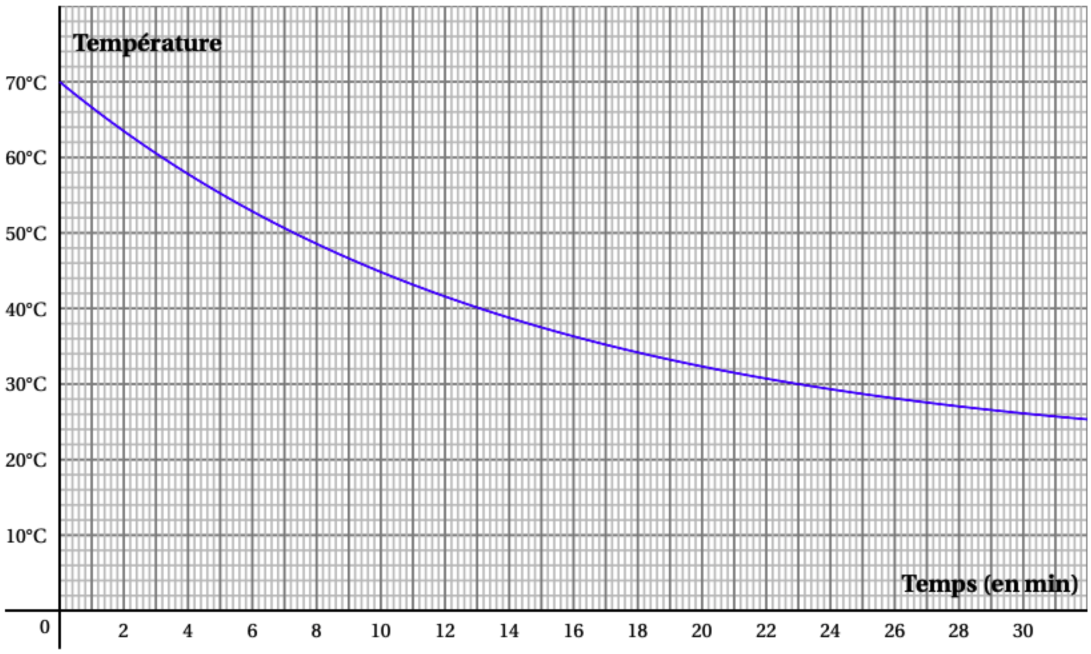
Sujet d'examen 3
ÉNONCÉ

Brevet de technicien supérieur - Groupement C
Métropole / Antilles / Polynésie septembre 2020
Exercice 1, partie B

À la sortie d'un four, un solide dont la température est de 70 °C est placé, pour le refroidir, dans une pièce dont la température ambiante reste constante et égale à T_{amb} = 20 °C.
Le solide peut être emballé pour expédition dès que sa température passe au-dessous de 40°C.
On désigne par T(t), la température, en degré Celsius (°C), du solide à l'instant t (t exprimé en minute). T'(t) représente la vitesse de refroidissement à l'instant t. La loi de Newton établit que cette vitesse est proportionnelle à la différence entre la température du solide et la température ambiante, soit : $T'(t) = k(T(t) - T_{amb})$ où k est une constante et T_{amb} la température ambiante, en degré Celsius, de la pièce.
Dans cette partie, on admet que pour tout réel t de l'intervalle [0 ; +∞[, $T(t) = 50^{e-0,07t} + 20$.
On donne ci-dessous C , la courbe représentative de la fonction T dans le plan muni d'un repère orthogonal.



1. À l'aide du graphique ci-dessus :
a. déterminer la température du solide au bout de 10 minutes.
b. déterminer au bout de combien de temps le solide peut être emballé pour expédition.

2. Un logiciel de calcul formel a permis d'obtenir les résultats ci-dessous que l'on pourra utiliser dans les questions suivantes :

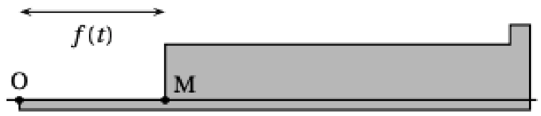
1	`f(x):=exp((-0,07)*x)`
	x -> exp(-0,07*x)
2	`deriver(f(x))`
	-0.07*exp(-0,07*x)
3	`limite(f(x),x,+infinity)`
	0
4	`integration(f(x),x,0,10)`
	7,19163851727

a. En reliant T à *f*, établir les variations de la fonction T sur [0 ; +∞[.
b. Expliquer pourquoi la température du solide ne peut atteindre 18 °C .
c. Déterminer au dixième près la température moyenne du solide lors des dix premières minutes.
On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction g sur un intervalle [*a* ; *b*] est :
$\frac{1}{b-a}\int_a^b g(t)dt$.

Sujet d'examen 4 — ÉNONCÉ

Brevet de technicien supérieur - Groupement B
Métropole / Antilles / Polynésie mai 2023 - Exercice 1, partie B

Lorsqu'un tiroir se referme, le fond du tiroir, marqué par le point M, se rapproche du fond du meuble, marqué par le point O (voir croquis ci-dessous).



On note $f(t)$, la distance entre le point O et le point M, à l'instant t. $f(t)$ est exprimée en centimètres et t est exprimée en seconde. L'instant t = 0 correspond au moment où l'utilisateur pousse le tiroir pour le fermer.
La fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(t) = \frac{70}{3}\,e^{-t} - \frac{10}{3}\,e^{-4t}.$$

On admet que la fonction f est dérivable et on note f' sa fonction dérivée. On note C la courbe représentative de la fonction f.

1. a. On rappelle que $\lim_{u\to+\infty} e^{-u} = 0$. Déterminer $\lim_{t\to+\infty} f(t)$.
b. En déduire que la courbe C possède une asymptote dont on donnera une équation.
2. a. Déterminer $f'(t)$ pour tout t appartenant à $[0 ; +\infty[$.
b. On admet que sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ on a : $f'(t) < 0$. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.
3. On considère l'algorithme suivant :

```
t ← 0
p ← 0,1
s ← 0,5
Tant que (70/3)* e ^(- t) - (10/3)*e ^(- 4t) > s
        t ← t + p
Fin Tant que.
```

a. Recopier le tableau ci-dessous, au besoin en rajoutant des lignes, et compléter à partir de la ligne numéro 36 jusqu'à ce que l'algorithme s'arrête.

ligne	t	Valeur de $f(t)$ arrondie à 10^{-2}	Condition (70/3)* e ^(- t) - (10/3)* e^(- 4t) > s
ligne numéro 0	0	20	VRAIE
ligne numéro 1	0,1	18,88	VRAIE
ligne numéro 2	0,2	17,61	VRAIE
ligne numéro 36	3,6	…	…
ligne numéro 37	3,7	…	…
ligne numéro 38	3,8	…	…

b. Quelle est la valeur de la variable t à la fin de l'exécution de l'algorithme ? Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. On définit m la position moyenne du tiroir par : $m = \frac{1}{4}\int_0^4 f(t)\,dt$.

Démontrer que : $m = \frac{45}{8} - \frac{35}{6}e^{-4} + \frac{5}{24}e^{-16}$.