

Pour se préparer à l'EXAMEN

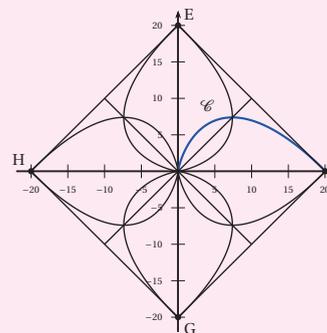
Sujet d'examen ②

Brevet de technicien supérieur • Groupement AEA
Métropoles mai 2017 – Partie A et B

ÉNONCÉ

Un ébéniste souhaite réaliser un carreau en marqueterie ayant la forme d'un carré EFGH et dont l'aspect est donné par la figure (1) ci-contre, le plan étant muni d'un repère orthonormé. La réalisation des différents tracés se fait en partant de la courbe C, en bleu sur la figure (1). La courbe C est la représentation graphique de la fonction f définie sur $]0; e^3]$ par $f(x) = 3x - x \ln(x)$ avec $e^3 \approx 20$ à 0,1 près.

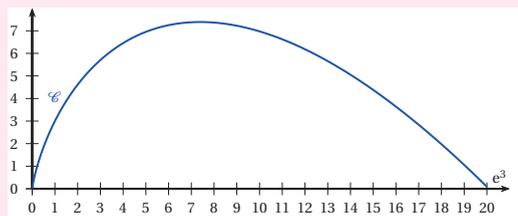
On donne ci-dessous, deux documents, qu'on pourra utiliser si besoin, pour répondre aux questions posées, à la fois dans la partie A et dans la partie B.



Document 1 : Résultats fournis par un logiciel de calcul formel

$f(x) := 3x - x \ln x$ → $f(x) = 3x - x \ln x$
$f'(x) := \text{Dérivée}[f(x)]$ → $f'(x) = 2 - \ln x$
$F(x) := \text{Primitive}[f(x)]$ → $F(x) = \frac{7}{4}x^2 - \frac{1}{2}x^2 \ln x$

Document 2 : Courbe représentative C de la fonction (dans un repère orthonormé)



Partie A

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est exacte.

Indiquer le numéro de la question et la réponse choisie, pour chacune des questions.

Aucune justification n'est attendue.

- On a :
a. $f(1) = 19$ b. $f(1) = 3$ c. $f(1) = 0$
- Le coefficient directeur de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 1 vaut :
a. -2 b. 0 c. 2
- Parmi les trois valeurs proposées, la valeur la plus proche de l'aire, en unités d'aire, du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe C, les droites d'équation $x = 1$ et $x = 4$, est :
a. 5 b. 15 c. 25

Pour se préparer à l'EXAMEN

Partie B

- 1
 - a. Vérifier que $f(e^2) = e^2$.
 - b. Sans justifier, donner une expression de $f'(x)$ pour tout réel x de $]0 ; e^3[$.
 - c. En déduire le signe de $f'(x)$ pour tout réel x de $]0 ; e^3[$, puis dresser le tableau de variation de la fonction f .
 - d. La courbe C de la page précédente permet de conjecturer que la fonction f admet un maximum en un réel a . Est-ce bien le cas ?

Si oui, quelle est la valeur exacte de a et quelles sont les coordonnées du point S de la courbe C correspondant à ce maximum ?

- 2
 - a. Montrer que la tangente (T) à la courbe C au point d'abscisse e^3 admet pour équation $y = -x + e^3$.
 - b. Tracer la tangente (T) sur le graphique (document 2).
- 3 Soit (D) la droite d'équation $y = x$.
 - a. Tracer la droite (D) sur le graphique (document 2).
 - b. Le point S de la courbe C appartient-il à la droite (D) ? Pourquoi ?
 - c. Que peut-on dire des droites (D) et (T) à partir de la figure obtenue ? Justifier la réponse (on pourra utiliser des vecteurs).
- 4 À partir de la figure obtenue, rédiger un scénario permettant, avec des symétries successives, d'élaborer le carreau de marqueterie de la figure (1). Seule la rédaction d'un scénario de construction est attendue (la construction de la figure géométrique n'est pas demandée).