# Chapitre 15. Nombres complexes

## Corrigés des exercices À vous de jouer

### Exercice d'application 1 page 302

**Solution**

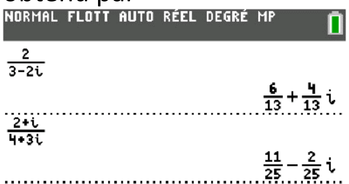
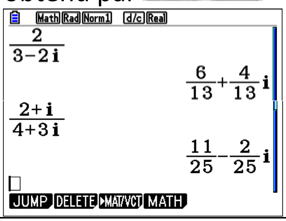
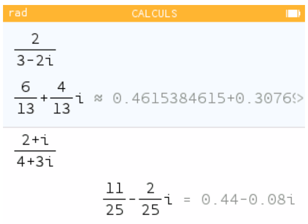
• $z_3 = i(-3\ +\ 5i) = -3i + 5i^2 = -5 - 3i$
Ainsi $Re(z_3) = -5$ et $Im(z_3) = -3$
• $z_4 = (5-4i)(1+2i) = 5\times1+5\times2i-4i\times1-4i\times2i$
$z_4 = 5+10i-4i-8i^2 = 5+10i-4i+8$
Donc $z_4 = 13+4i$. Ainsi $Re(z_4) = 13$ et $Im(z_4) = 4$

### Exercice d'application 2 page 303

**Solution**

On a $z_3 = \frac{2(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)} = \frac{6+4i}{3^2+2^2} = \frac{6+4i}{13}$.
On trouve ainsi $z_3 = \frac{6}{13} + \frac{4}{13}i$.
$z_4 = \frac{(2+i)(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)} = \frac{8-2\times3i+4i-3i^2}{4^2+3^2} = \frac{8-6i+4i+3}{25} = \frac{11}{25} - \frac{2}{25}i$.

On peut utiliser la calculatrice pour vérifier le calcul :

| Texas Instruments | Casio | Numworks |
|---|---|---|
| L'imaginaire pur $i$ est obtenu par   | L'imaginaire pur $i$ est obtenu par   | Dans  on trouve :  |

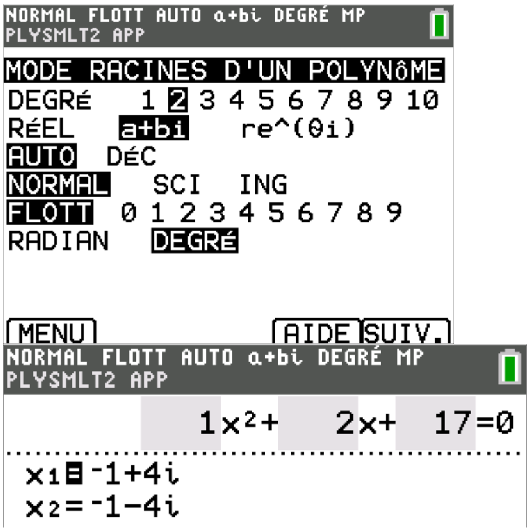
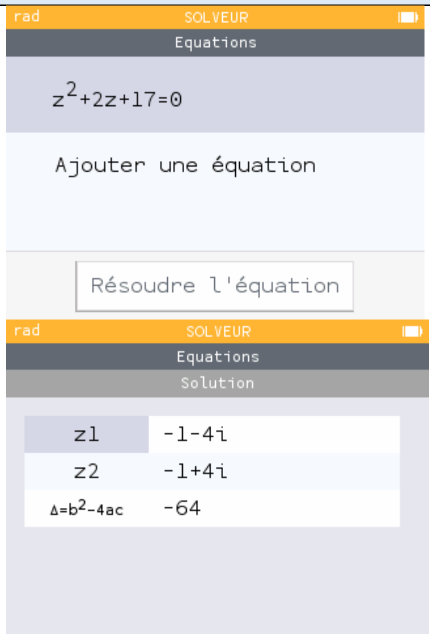
### Exercice d'application 3 page 305

**Solution**

On a $a = 1$, $b = 2$ et $c = 17$.
Le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4\times1\times17 = 4-68 = -64$.
$\Delta < 0$, l'équation $(E)$ admet donc deux solutions complexes conjuguées :
$z_1 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$.
$z_1 = \frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{-2-i\sqrt{64}}{2\times1} = \frac{-2-8i}{2} = -1-4i$
On a $z_2 = \overline{z_1} = \overline{-1-4i} = -1+4i$.
Les solutions de l'équation $(E)$ sont $-1-4i$ et $-1+4i$.

On peut vérifier nos solutions à l'aide d'un logiciel de calcul formel :

| XCAS | GeoGebra |
| --- | --- |
| csolve(z^2+2z+17=0,z)<br>list[-1+4$i$,-1-4$i$] | CRésoudre$(z^2+2z+17=0,z)$<br>$\rightarrow \{z=-1+4i, z=-1-4i\}$ |

<table>
<tr><th>Texas Instruments</th><th>Numworks</th></tr>
<tr><td>Dans résol sélectionner Racines d'un polynôme, il faut bien sélectionner degré 2 et a+bi.<br>
</td>
<td>
<br>Ne pas oublier d'activer les nombres complexes. Pour cela aller dans Paramètres, Forme complexe et sélectionner algébrique.</td></tr>
</table>

**Exercice d'application 4 page 305**

**Solution**

**a.** Le point A a pour abscisse 5 et pour ordonnée $-2$, de même le point B a pour abscisse $-2$ et pour ordonnée 2. Enfin le point C a pour abscisse 3 et pour ordonnée 4.

**b.** $\overrightarrow{\mathrm{BC}}(z_C - z_B)$ ainsi $z_C - z_B = 3 + 4i - (-2 + 2i)$

$$= 3 + 4i + 2 - 2i$$
$$= 5 + 2i$$

Donc $\overrightarrow{\mathrm{BC}}(5 + 2i)$.

$\mathrm{I}\left(\frac{z_A + z_C}{2}\right)$ ainsi $\frac{z_A + z_C}{2} = \frac{5-2i+3+4i}{2} = \frac{8+2i}{2} = 4 + i$

Donc $\mathrm{I}(4 + i)$.

## Exercice d'application 5 page 306

**Solution**

**a.** On a $|z_D| = |2+i| = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

$|z_D|$ correspond à la longueur du segment OD.

car $\mathrm{OD} = |z_D - z_O| = |z_D - 0| = |z_D|$

**b.** $\mathrm{CD} = |z_D - z_C| = |-5+3i-(2+i)| = |-5+3i-2-i| = |-7+2i|$

$= \sqrt{(-7)^2+2^2} = \sqrt{49+4} = \sqrt{53}$

## Exercice d'application 6 page 307

**Solution**

**a.** $\mathrm{e}^{-i\frac{\pi}{3}} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

**b.** $|z| = \left|1 - i\sqrt{3}\right| = \sqrt{1^2+\sqrt{3}^2} = 2$

Ainsi $z = 2\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\mathrm{e}^{-i\frac{\pi}{3}}$

## Exercice d'application 7 page 308

**Solution**

Soit B(–2 + *i*), soit z ≠ –2 + *i* alors arg(z + 2 – *i*) = $(\vec{u}\,;\overrightarrow{\mathrm{BM}})$ (2π).

Ainsi $(\vec{u}\,;\overrightarrow{\mathrm{BM}}) = \frac{\pi}{4}$ (2π), donc M appartient à la demi-droite ]BC) avec B(–2 + *i*).