Chapitre 14. Calcul vectoriel

Corrigés des exercices À vous de jouer

Exercice d'application 1 page 281

Solution

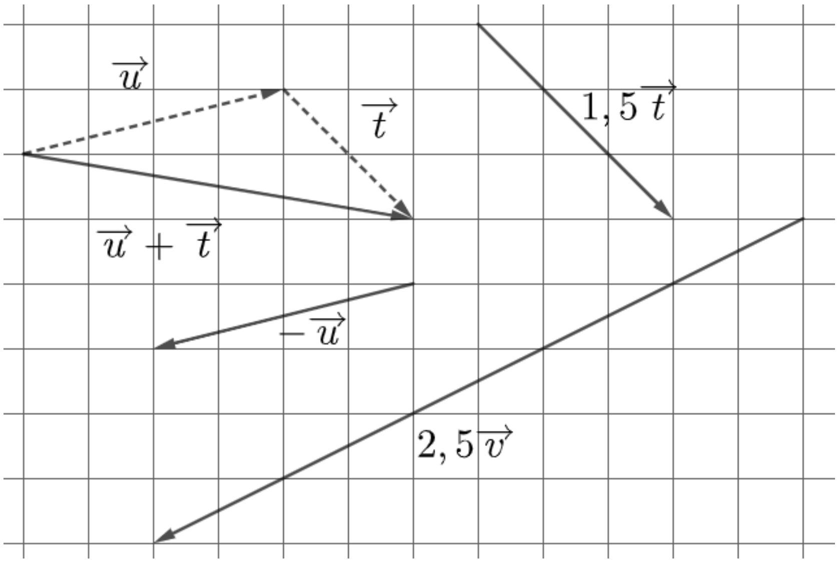
a. On a : $\overrightarrow{\mathrm{MN}} = \overrightarrow{\mathrm{GH}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{KL}}$, $\overrightarrow{\mathrm{QR}} = \overrightarrow{\mathrm{CD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}}$.

b. $(\overrightarrow{\mathrm{IJ}}, \overrightarrow{\mathrm{AB}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{IJ}}, \overrightarrow{\mathrm{KL}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{QR}}, \overrightarrow{\mathrm{OP}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{QR}}, \overrightarrow{\mathrm{EF}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{DC}}, \overrightarrow{\mathrm{OP}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{DC}}, \overrightarrow{\mathrm{EF}})$ sont des couples de vecteurs de même direction mais pas de même sens.

c. $(\overrightarrow{\mathrm{IJ}}, \overrightarrow{\mathrm{GH}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{IJ}}, \overrightarrow{\mathrm{MN}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{GH}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{MN}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{KL}}, \overrightarrow{\mathrm{GH}})$, $(\overrightarrow{\mathrm{KL}}, \overrightarrow{\mathrm{MN}})$ sont des couples de vecteurs de même norme et pas de même direction.

Exercice d'application 2 page 281

Solution



Exercice d'application 3 page 283

Solution

$\vec{u} = 3\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}$ donc $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$.

$\vec{v} = 6\vec{\imath} + j$ donc $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix}$

et $\vec{w} = -3\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$ donc $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$.

Exercice d'application 4 page 283

Solution

$\vec{t}\begin{pmatrix}-3\\-3\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$.

Exercice d'application 5 page 284

Solution

$\vec{u}-\vec{v}\begin{pmatrix}1-(-3)\\2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$ et $2\vec{w}=\begin{pmatrix}2\times(-1)\\2\times 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\10\end{pmatrix}$

Exercice d'application 6 page 285

Solution

On calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}=\begin{pmatrix}-3-1\\-5-(-4)\\2-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\-1\\-1\end{pmatrix}$

et on en déduit que $\|\overrightarrow{CD}\|=\sqrt{(-4)^2+(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$.

Exercice d'application 7 page 286

Solution

1^re^ étape : comme $1+1\neq 0$, alors le barycentre de $(A,1)$, $(B;1)$ et $(C,1)$.est le barycentre de $(M,2)$ et $(C,1)$ avec *M* le barycentre de $(A,1)$, $(B;1)$.

Les coordonnées du point *M* sont $\left(\frac{1\times1+1\times2}{1+1};\frac{1\times(-1)+1\times3}{1+1}\right)=\left(\frac{3}{2};1\right)$.

2^e^ étape : alors le barycentre *N* de $(M,2)$ et $(C,1)$ a pour coordonnées :

$$\left(\frac{2\times\frac{3}{2}+1\times(-3)}{2+1};\frac{2\times1+1\times1}{2+1}\right)=(0;1).$$

Exercice d'application 8 page 288

Solution

1^re^ étape : je calcule les coordonnées des vecteurs.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3-(-1)\\-1-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\boldsymbol{AC}}=\begin{pmatrix}\mathbf{1-(-1)}\\\mathbf{-1-1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{2}\\\mathbf{-2}\end{pmatrix}$.

2^e^ étape : je calcule le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ de deux manières différentes :

- En fonction des coordonnées : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-2\times2+-2\times(-2)=0$
- En fonction de l'angle $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\|\overrightarrow{AB}\|\times\|\overrightarrow{AC}\|\times cos(\widehat{BAC})$

3^e^ étape : je conclus : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0=\|\overrightarrow{AB}\|\times\|\overrightarrow{AC}\|\times cos(\widehat{BAC})$ donc $cos(\widehat{BAC})$ = 0 et $\widehat{BAC}=90°$.